

للمتواليات يوجد إختبار واحد وهو إختبار النهاية

لتكن $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ متوالية فإن $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ متقاربة إذا $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \in \mathbb{R}$ موجودة و تساوي عدد حقيقي

ومتباعدة إذا $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ غير موجودة.

فيما يلي بعض النهايات و النظريات المشهورة:

(١)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin n, \lim_{n \rightarrow \infty} \cos n, \lim_{n \rightarrow \infty} \tan^{-1} n = \frac{\pi}{2}, \lim_{n \rightarrow \infty} \ln n = \infty$$

(٢)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \begin{cases} 0, & \text{إذا كان } |r| < 1 \\ 1, & \text{إذا كان } r = 1 \\ DNE, & \text{إذا كان } |r| > 1 \text{ أو } r = -1 \end{cases}$$

(٣)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a, \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{1}{n}} = 1$$

(٤)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L \text{ فإن } f(n) = a_n \forall n \in \mathbb{N} \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L \text{ إذا كان}$$

(٥)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \text{ فإن } \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \text{ إذا كان}$$

(٦)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L \text{ فإن } \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n \text{ و } b_n \leq a_n \leq c_n \text{ إذا كان}$$

(٧) كل متوالية محدودة و مطردة متقاربة

ملاحظات	التباعد او التقارب	المتسلسلة	أسم الإختبار
إذا $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ فإن $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ يمكن أن تكون او لا تكون متقاربة	متباعدة إذا $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	إختبار التباعد
	(١) متقاربة إذا $ r < 1$ و يكون $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}$. (٢) متباعدة إذا $ r \geq 1$.	$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$	المتسلسلة الهندسية
	(١) متقاربة إذا $p > 1$ (٢) متباعدة إذا $p \leq 1$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$	متسلسلة p -
متسلسلة المقارنة $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ غالباً تكون متسلسلة هندسية او متسلسلة p -	(١) متقاربة إذا $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ متقاربة و كانت $0 < a_n \leq b_n$ لكل n (٢) متباعدة إذا $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ متباعدة و كانت $0 < b_n \leq a_n$ لكل n .	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $a_n > 0$	إختبار المقارنة
متسلسلة المقارنة $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ غالباً تكون متسلسلة هندسية او متسلسلة p -	(١) متقاربة إذا $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ متقاربة و $0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} < \infty$. (٢) متباعدة إذا $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ متباعدة و كانت $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} \leq \infty$.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $a_n > 0$	إختبار نهاية المقارنة
إستخدم هذا الإختبار إذا كانت f موجبة، تناقصية و متصلة لكل $x \geq 1$ ، والتكامل سهل الحساب	(١) متقاربة إذا كان التكامل $\int_1^{\infty} f(x) dx$ متقارب. (٢) متباعدة إذا كان التكامل $\int_1^{\infty} f(x) dx$ متباعد.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $f(n) = a_n > 0$	إختبار التكامل
إستخدم هذا الإختبار إذا a_n تحتوي على مضروب n او عدد مرفوع لقوة n . هذا الإختبار لا يعطي نتيجة إذا $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = 1$	(١) متقاربة (مطلقاً) إذا كانت $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right < 1$ (٢) متباعدة إذا كانت $1 < \lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right \leq \infty$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	إختبار النسبة
إستخدم هذا الإختبار إذا a_n مرفوعة لقوة n هذا الإختبار لا يعطي نتيجة إذا $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = 1$	(١) متقاربة (مطلقاً) إذا كانت $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } < 1$ (٢) متباعدة إذا كانت $1 < \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } \leq \infty$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	إختبار الجذر النوني
إستخدم هذا الإختبار للمتسلسلات المتذبذبة	(١) متقاربة إذا $a_n \geq a_{n+1}$ و $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ (٢) متباعدة إذا $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ $a_n > 0$	إختبار المتسلسلة المتذبذبة
إستخدم هذا الإختبار للمتسلسلات التي تحتوي على حدود موجبة وسالبة	(١) متقاربة (مطلقاً) إذا $\sum_{n=1}^{\infty} a_n $ متقاربة.	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	إختبار التقارب المطلق